

POSITIVITY OF A CLASS OF COSINE SUMS, II

QINGHE YIN

Abstract. Assume that $a_0 \geq a_1 \geq \dots \geq a_n \geq \dots > 0$. If $(3k-1)a_{2k-1} \geq 3ka_{2k}$ for $k \geq 1$, then, for all $n \geq 0$ and $0 \leq x < \pi$ one has

$$\sum_{k=0}^n a_k \cos kx > 0.$$

This generalizes a theorem of Vietoris, in which the condition on the coefficients is $(2k-1)a_{2k-1} \geq 2ka_{2k}$.

Mathematics subject classification (2000): 42A32, 42A05, 26D05.

Key words and phrases: trigonometric sum, positivity, Vietoris theorem.

REFERENCES

- [1] G. BROWN, E. HEWITT, *A class of positive trigonometric sums*. Math. Ann. **268**, (1984), 91–22.
- [2] G. BROWN, K-Y. WANG AND D. WILSON, *Positivity of some basic cosine sums*. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., **114**, (1993), 383–391.
- [3] G. BROWN, Q. YIN, *Positivity of a class of cosine sums*. Acta Sci. Math. (Szged), **67**, (2001), 221–247.
- [4] L. FEJÉR, *Einige Sätze, die sich auf das Vorzeichen einer ganzen rationalen Funktion beziehen; nebst Anwendungen dieser Sätze auf die Abschnitte und Abschnittsmittelwerte von ebenen und räumlichen harmonischen Entwicklungen und von beschränkten Potenzreihen*. Monatsh. Math. Physik, **35**, (1928), 305–344.
- [5] G. PÓLYA, G. SZEGÖ, *Problems and theorems in analysis*, Berlin, New York, Springer, 1972-76.
- [6] L. VIETORIS, *Über das Vorzeichen gewisser trigonometrischer Summen*. Sitzungsber. Öst. Akad. Wiss., **167**, (1958), 125–135.
- [7] W. H. YOUNG, *On certain series of Fourier*. Proc. London Math. Soc. 2 **11**, (1913), 357–366.
- [8] A. ZYGMUND, *Trigonometric Series, 2nd ed.*, Cambridge University Press, 1959.